

유효숫자

개개의 측정값이 목적량으로 되는 경우는 비교적 적고, 많은 경우는 어떠한 처리 혹은 정리를 해서 유효하고 신뢰성 있는 양으로 표시하게 된다. 이것을 기초로 해서 판정과 조치가 취해진다. 따라서 이러한 계산과정에서의 문제, 측정값의 처리법에 대해서 알아보기로 하자.

(1) 유효 숫자(significant figures)

: 하나의 수 중에 의미를 가지는 숫자

예)

수 치	자릿수		
18.76	4		
2.50	3	맨 끝의 0은 뜻이 있으므로 유효숫자로 간주한다.	2.50mm를 μm 로 나타내려면 $2.50 \times 10^3 \mu\text{m}$ 이라고 씀
38000	5	0은 유효숫자로 간주한다.	유효숫자가 두 자리일 때는 38×10^3 이라 씀
0.012	2	자리를 정하기 위한 0은 유효숫자로 간주하지 않는다.	

표 2-3 수치의 맺음법

수치	유효 숫자 자릿수	맺 음 법	끝맺음값
42.53	3	3+1 자리를 반올림	42.5
42.48	2	2+1 자리를 반올림	42
42.48	3	3+1 자리를 반올림	42.5
42.35	3	3+1 자리의 반올림하는 숫자가 정확	42.4
42.45	3	히 5 이거나 또는 버릴 것인지 올릴 것인지 모를 때는 짝수가 되게 된다.	42.4

(2) 유효 숫자의 사칙 연산

① 가감산

오차가 가장 큰 쪽의 수치를 찾아서, 그것보다 한 행 더 끊어 계산한 다음, 마지막 행을 사사오입(四捨五入)한다.

예)

$$57.2 + 0.032 - 3.5171$$

$$\rightarrow 57.2 + 0.03 - 3.52 = 53.71 : (57.20 \text{ 기준})$$

$$\rightarrow 53.7 : (53.71 \text{을 가지고 유효숫자 끝맺음})$$

② 곱셈, 나눗셈의 계산

유효숫자가 적은 쪽의 숫자를 찾아 모든 수치를 그것과 같은 유효숫자가 되도록 정리하여 계산하고 최후의 행을 사사오입한다.

예) $a=42.31$ (유효숫자 자릿수 4), $b=5.68$ (유효숫자 자릿수 3)

$$a \times b = 42.3 \times 5.68 = 240.264$$

-> 240

(3) 계산 과정에서의 오차

A, B : 오차가 없는 정확한 수

m, n : 각각 A, B의 상대오차

$$\text{오차(절대오차)} = \text{측정값} - \text{참값}$$

$$\text{상대오차} = \text{오차} / \text{참값} \text{ 또는 } \text{측정값} \text{ (백분율, \%로 표시)}$$

① 하나의 수 A가 오차를 포함할 때 두 수의 합

A가 m이라는 상대오차를 가지고 있다면

$$\text{오차가 없는 경우 : } A+B=C$$

$$\text{오차가 있는 경우 : } (A+mA)+B=D$$

$$\text{절대오차 : } D-C=(A+mA)+B-(A+B)=mA$$

상대오차 :

$$\frac{mA}{A+B} = \frac{m}{1 + \frac{A}{B}}$$

: 상대오차는 m보다 작다.

② 하나의 수가 오차를 포함하고 있는 경우의 두 수의 차

A가 m이라는 상대오차를 가지고 있다면

$$\text{오차가 없는 경우 : } A-B=C$$

$$\text{오차가 있는 경우 : } (A+mA)-B=D$$

$$\text{절대오차 : } D-C=(A+mA)-B-(A-B)=mA$$

상대오차 :

$$\frac{\frac{mA}{A-B}}{1-\frac{A}{B}} = \frac{m}{1-\frac{A}{B}}$$

: 상대오차는 m보다 크다.

- ③ 하나의 수가 오차를 포함하는 경우,
곱셈과 나눗셈에서 하나의 수가 mA라는 오차를 갖는 경우에는

A가 m이라는 상대오차를 가지고 있다면

오차가 없는 경우 : $A \times B = C$

오차가 있는 경우 : $(A+mA) \times B = D$

절대오차 : $D - C = (A+mA) \times B - (A \times B) = mAB$

상대오차 :

$$\frac{mAB}{A \times B} = m$$

: 상대오차는 m과 같다.

- ④ 두 개의 수가 오차를 포함하는 경우의 곱셈

오차가 없는 경우 : $A \times B = C$

오차가 있는 경우 : $(A+mA) \times (B+nB) = D$

절대오차 : $D - C = (A+mA) \times (B+nB) - (A \times B) = A \times B(m+n+mn) \approx A \times B(m+n)$

상대오차 :

$$\frac{A \times B(m+n)}{A \times B} = m+n$$

: 상대오차는 m+n과 같다.

즉, “오차를 포함하고 있는 두 수의 곱셈 또는 나눗셈에 있어서 상대 오차는 각각의 수의 상대오차의 전체 합과 같다.”