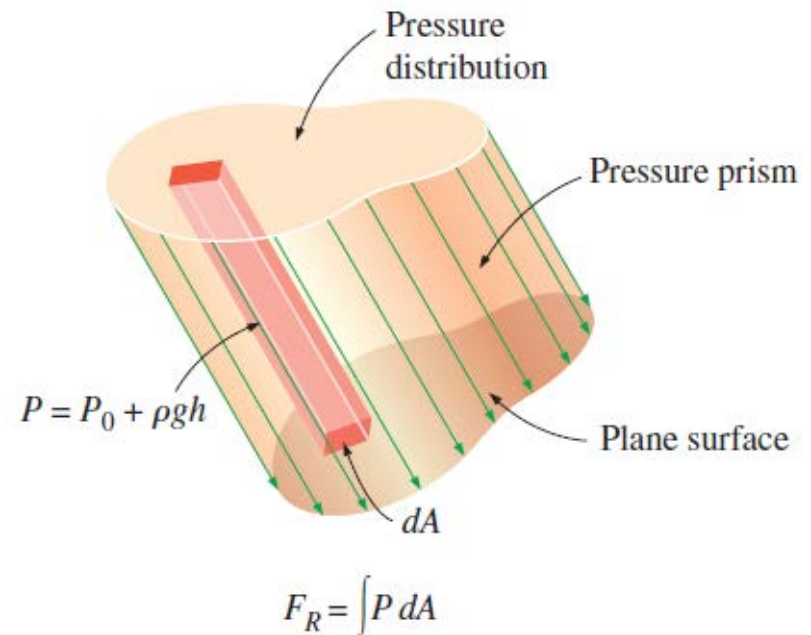
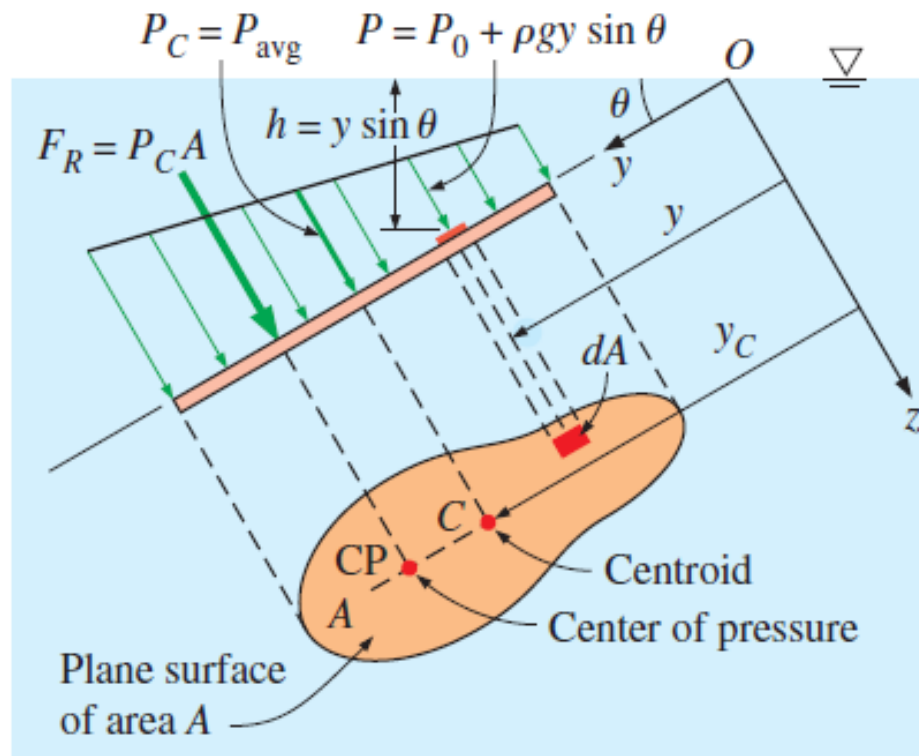


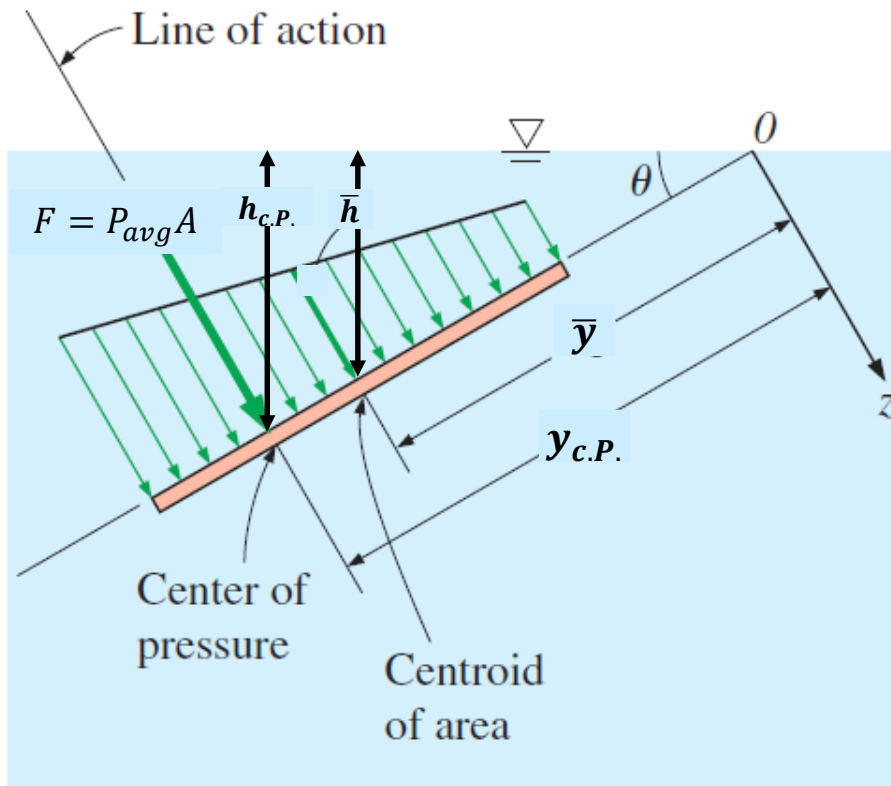
2-5 평면에 작용하는 정수력학적 힘

(3) 경사면에 작용하는 힘



2-5 평면에 작용하는 정수력학적 힘

(3) 경사면에 작용하는 힘



전압력

크기 :

$$F = P_{avg}A = \gamma \bar{h}A$$

$$\bar{h} = \bar{y} \sin \theta$$

작용점 :

$$h_{c.p.} = y_{c.p.} \sin \theta$$

$$y_{c.p.} = \frac{\int_A y^2 dA}{\bar{y}A} = \bar{y} + \frac{I_{xx}}{\bar{y}A}$$

2-5 평면에 작용하는 정수력학적 힘

예제.
2-28

물 속에 그림 2·16과 같이 길이 3m, 폭 2m의 평판이 수면과 30°의 각도로 O점에서 4m 되는 곳에 잠겨 있다면 평판이 받는 전압력과 작용점을 구하라.

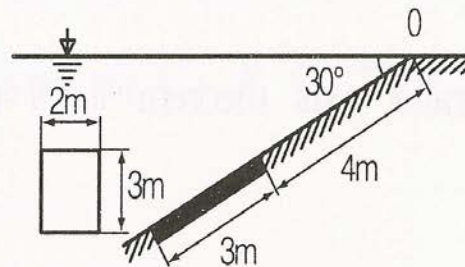


그림 2·16 경사면에 작용하는 힘

풀이

$$F = \gamma \bar{h} A = \gamma \bar{y} \sin \theta A = 1000 \text{ kg}_f / \text{m}^3 \times \left(4\text{m} + \frac{3\text{m}}{2} \right) \times \sin 30^\circ \times 2\text{m} \times 3\text{m} \\ = 165000 \text{ kg}_f$$

$$y_{C.P.} = \frac{I_{xx} + \bar{y}^2 A}{\bar{y} A} = \bar{y} + \frac{I_{xx}}{\bar{y} A} = 5.5\text{m} + \frac{\frac{2\text{m} \times (3\text{m})^3}{12}}{5.5\text{m} \times 2\text{m} \times 3\text{m}} = 5.5\text{m} + 0.14\text{m} = 5.64\text{m}$$

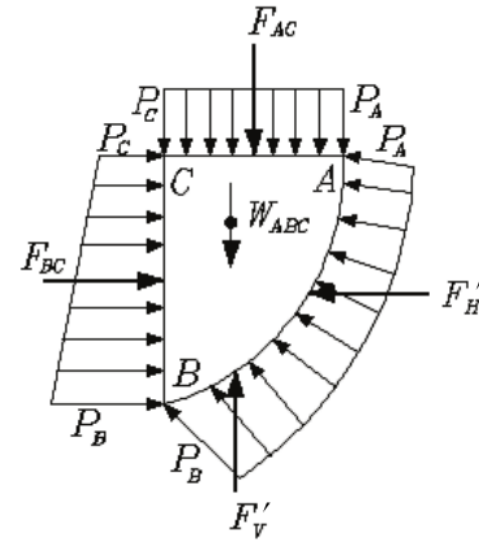
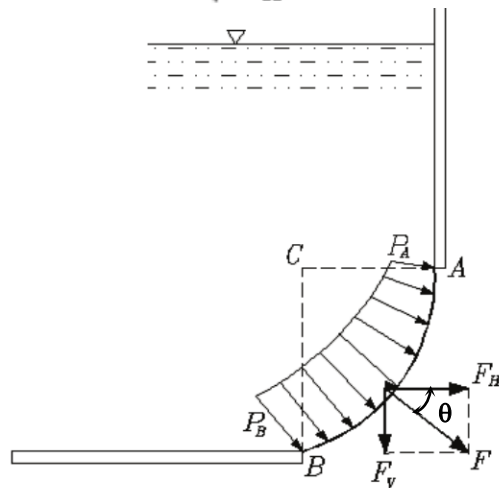
$$h_{C.P.} = y_{C.P.} \sin 30^\circ = 5.64\text{m} \times \sin 30^\circ = 2.82\text{m}$$

2-5 평면에 작용하는 정수력학적 힘

(4) 곡면에 작용하는 힘

수평방향의 분력 (F_H) 과 수직방향의 분력 (F_V)의 합력 F 를 구한다.

$$\text{즉 } F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$



$$\sum F_x = F_{BC} - F_H' = 0$$

$$\therefore F_H' = F_{BC}$$

$$\sum F_y = F_V' - W_{ABC} - F_{AC}$$

$$\therefore F_V' = W_{ABC} + F_{AC}$$

$$\therefore F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{F_H'^2 + F_V'^2}$$

전압력 F 의 작용방향

$$\tan \theta = \frac{F_V}{F_H} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{F_V}{F_H}$$

2-5 평면에 작용하는 정수력학적 힘

예제.
2-33

수면 아래 1m 깊이에 반지름이 1m, 길이 2m인 1/4 원통이 놓여 있다. 이 원통에 작용하는 물의 전압력의 크기 및 방향을 구하여라.

풀이

그림 2·19(b)에서

$$F_{OA} = \gamma \bar{h} A = 1000 \times 1.0 \times (1 \times 2) = 2000 \text{ kg}_f \quad (\text{OA면의 중심에 작용})$$

$$F_{OB} = \gamma \bar{h} A = 1000 \times 1.5 \times (1 \times 2) = 3000 \text{ kg}_f \quad (\text{OB면의 중심 아래에 작용})$$

유체의 무게

$$W = \gamma V = 1000 \times \left(\frac{\pi \times 1^2}{4} \times 2 \right) = 1570.8 \text{ kg}_f$$

수평분력

$$F_H' = F_{OB} = 3000 \text{ kg}_f$$

수직분력

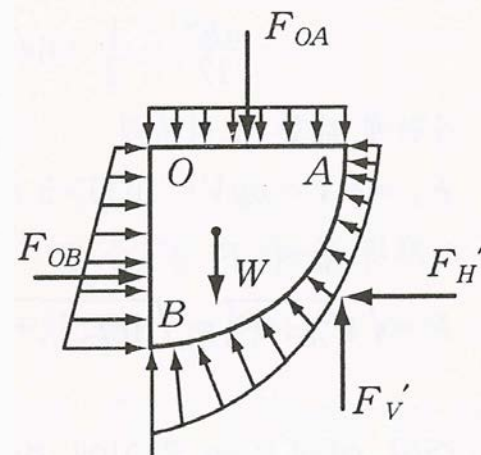
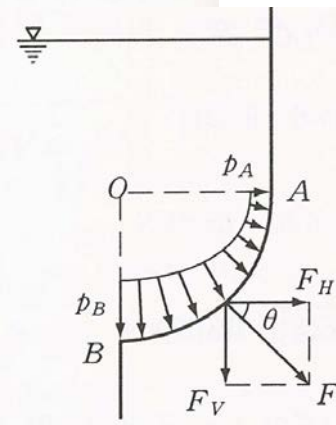
$$F_V' = F_{OA} + W = 3570.8 \text{ kg}_f$$

전압력

$$F = \sqrt{F_H'^2 + F_V'^2} = \sqrt{3000^2 + 3570.8^2} = 4663.8 \text{ kg}_f$$

전압력의 작용방향

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{F_V'}{F_H'} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3570.8}{3000} \right) = 50^\circ$$



2-6 부력

6. 부력 (Buoyancy Force)

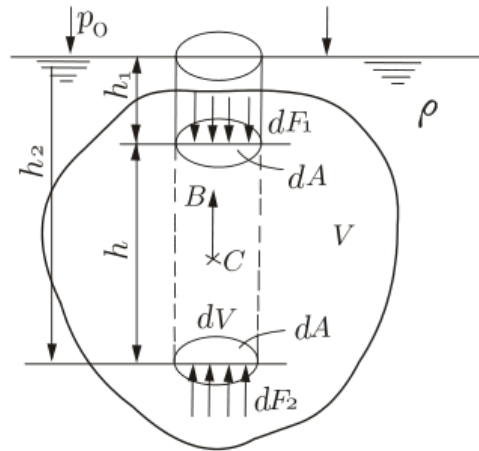
: 정지유체에 잠겨있거나 떠있는 물체가 유체로부터 받는 전압력.
항상 수직방향으로 작용

※ 아르키메데스(Archimedes)의 부력(浮力)의 법칙

1. 유체속에 잠겨있는 물체는 물체가 배제한 유체의 무게와 동일한 부력을 받는다.
: 물체의 부피에 해당하는 유체의 무게와 동일한 부력을 받는다.
2. 떠 있는 물체는 물체의 무게에 해당하는 유체를 배제한다.
: 잠긴 부분의 부피에 해당하는 유체의 무게가 물체의 무게와 같다.

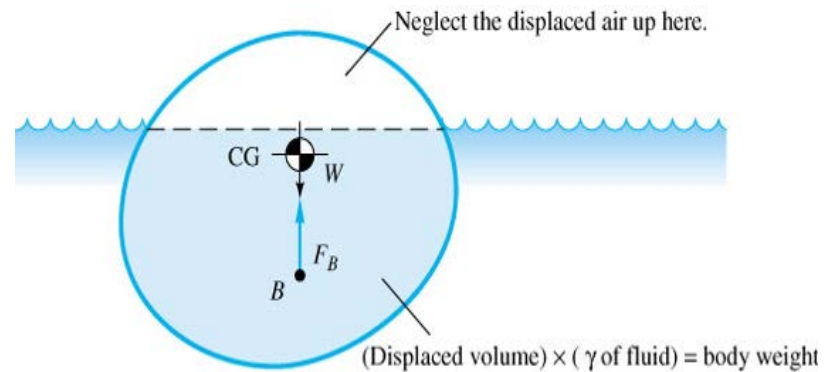
2-6 부력

- ✓ 물체가 유체에 완전히 또는 부분적으로 잠겨 있을 때, 잠겨 있는 물체의 상하면의 압력차에 의해 발생하는 힘
- ✓ 부력은 잠겨있는 부분의 유체의 무게
→ 잠겨있는 부분의 부피와 유체의 밀도에 비례



$$dF_1 = \rho g h_1 dA, \quad dF_2 = \rho g h_2 dA$$

$$F_B = \int_V \rho g (h_2 - h_1) dA = \rho g \int_V dV = \rho g V$$



$$F_B = \rho g V = \gamma V$$

V 는 유체에 잠긴 물체의 부피

2-6 부력

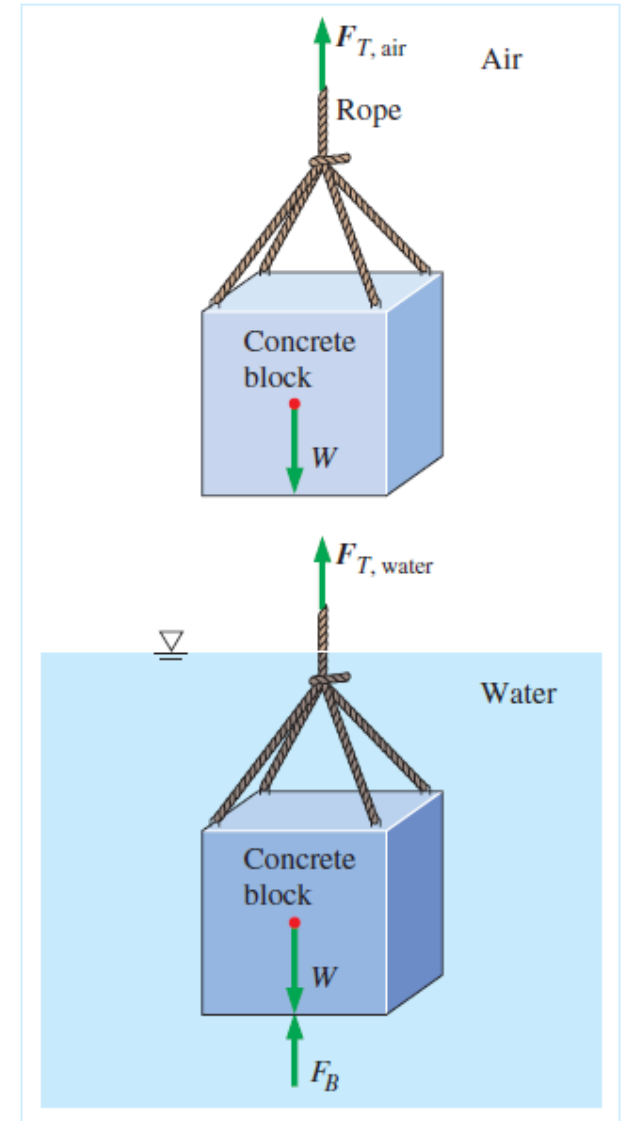
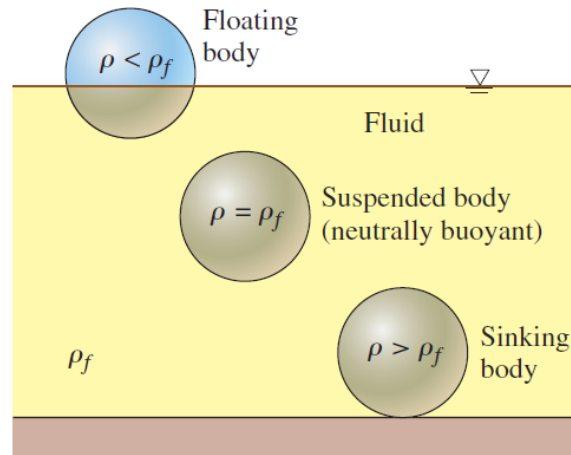
✓ 유체에 잠겨있는 물체의 무게 :

$$W' = W - F_B = mg - \rho g V$$

W: 중력에 의한 무게, 질량 중심에 작용

F_B : 부력, 부심에 작용

부심B: 유체에 잠긴 부피에 유체가 채워졌을 경우 유체의 중심



2-6 부력

예제.

2-38

어떤 돌의 중량이 공기 중에서 30 kg_f 이고, 수중에서는 20 kg_f 이다. 이 돌의 체적과 비중은?

풀이

공기 중에서 측정한 중량과 수중에서 측정한 중량의 차이는 수중에서 그 물체에 작용하는 부력 때문에 발생한다. 따라서 $F_B = \gamma_w V$ 에서

$F_B = 10 \text{ kg}_f$ 이고, 물의 비중량 $\gamma_w = 1000 \text{ kg}_f/\text{m}^3$ 이므로

$$V = \frac{F_B}{\gamma_w} = \frac{10}{1000} = 0.01 \text{ m}^3 \text{ 이 된다.}$$

한편, 돌의 비중량 γ_s 는

$$\gamma_s = \frac{W}{V} = \frac{30}{0.01} = 3000 \text{ kg}_f/\text{m}^3$$

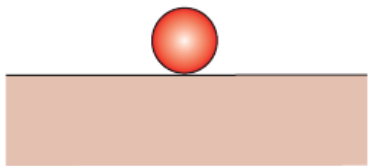
$$\therefore S = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = \frac{3000}{1000} = 3$$

2-7 부양체의 안정성

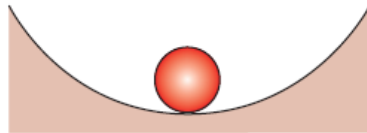
7. 부양체 의 안정성

※ 안정성: 물체가 정지된 상태에서 외부에서 물체의 변위에 미소 변동을 주었을 때 후속 되는 물체의 반응에 따라 정의됨

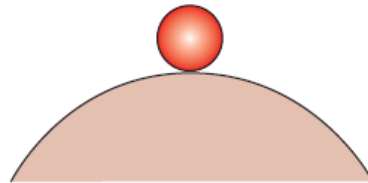
- ✓ 중립 : 외부 변동이 주어진 상태에서 정지함, 넓은 의미에서 안정된 상태
- ✓ 안정 : 외부의 변동이 증폭되어 변동이 주어진 방향으로 반응이 진행됨
- ✓ 불안정 : 복원력이 작용하여 원래 상태로 되돌아 감



(b) Neutrally stable



(a) Stable



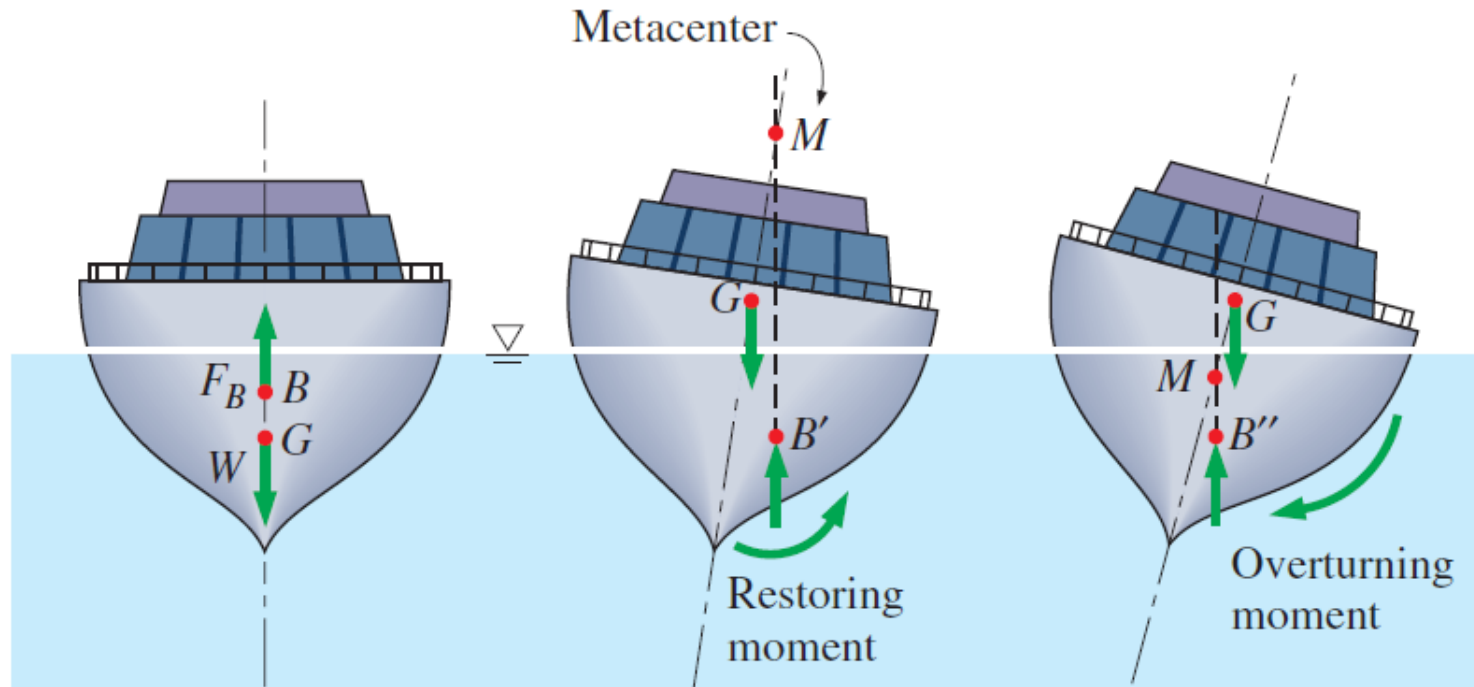
(c) Unstable



배와 같이 떠있는 물체의 경우,
안전을 위하여 안정성이 중요하다

2-7 부양체의 안정성

- 변동이 주어진 상태에서 중력의 작용점(질량중심 G)과 경심(metacenter M)의 상대적 위치에 따라 결정됨
- ✓ (경심은 부력의 작용선 B' 과 물체의 중심선이 만나는 점)



중립(G 와 M 이 같은 수직선상) 안정(G 가 M 아래에 위치) 불안정(G 가 M 위에 위치)

그림에서 M : 경심, G : 질량중심, B : 부력중심(부심)

2-8 등가속도 운동을 하는 유체

8. 등가속도 운동을 하는 유체

❖ 상대적 정지상태의 유체

❖ 용기와 함께 등가속도 직선운동이나 등속원운동을 하는 유체의 경우 유체층 사이, 유체와 경계면 사이에 상대 운동이 없어 유체 정역학 적용

- 1) 수평 등가속도 운동
- 2) 수직 등가속도 운동
- 3) 등속 원운동

2-8 등가속도 운동을 하는 유체

(1) 수평 등가속도 운동을 하는 유체

① 수평 방향의 압력의 변화

미소 체적의 질량 $m = \rho \cdot dV = \rho dx dy dz$ 가 가속도 a_x 로 운동하므로, x 방향으로 작용하는 힘 F_x 는

$$F_x = m \cdot a_x = \rho dx dy dz \cdot a_x$$

$$P dy dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) dy dz = \rho dx dy dz \cdot a_x$$

$$\therefore \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho \cdot a_x$$

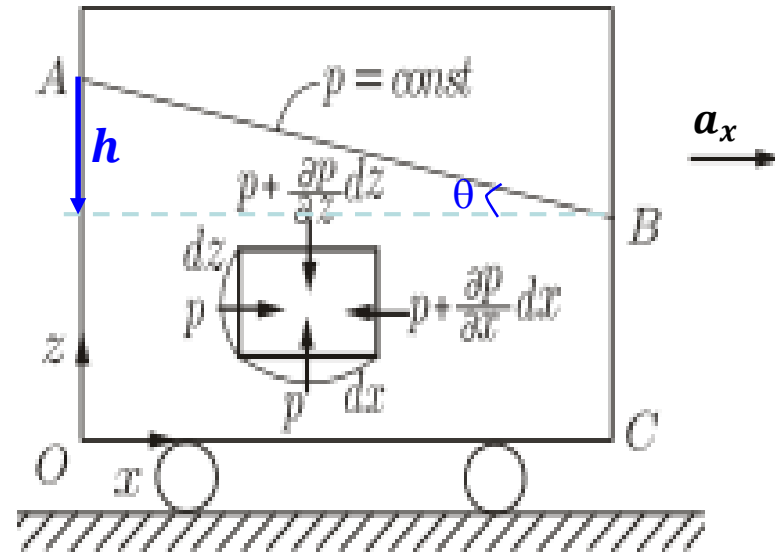
이 결과에, $P = \gamma h = \rho gh$ 와 $\frac{\partial h}{\partial x} = -\tan \theta$ 를 대입하면,

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{a_x}{g} = -\tan \theta$$

② 수직 방향의 압력의 변화

$$P dx dy - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} dz \right) dx dy - \rho dx dy dz \cdot a_x = 0$$

$$\therefore \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g, \quad P = \rho gh = \gamma h$$



2-8 등가속도 운동을 하는 유체

예제.
2-42

그림 2·24와 같이 밑면이 $120\text{ cm} \times 100\text{ cm}$ 이고, 높이가 60 cm 인 수조에 물을 가득 채운 다음 수평방향 등가속도 4 m/s^2 으로 끌고 갔다면 흘러넘친 물의 질량은 얼마나 되는가?

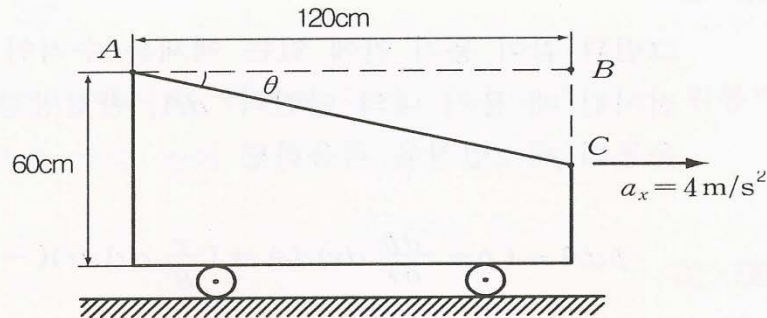


그림 2·24 등가속 운동하는 수조

풀이

우선 수면의 경사각을 구해 보면

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_x}{g}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{9.8}\right) \doteq 22.2^\circ$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} \tan 22.2^\circ = 120 \times \tan 22.2^\circ \doteq 49\text{ cm}$$

그러므로 흘러 넘친 물의 양 m 은

$$m = \triangle ABC \text{면적} \times \text{너비} \times \text{물의 비중량}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 1.2 \times 0.49\right) \times 1 \times 1000 = 294\text{ kg}_f$$

2-8 등가속도 운동을 하는 유체

(2) 수직 등가속도 운동을 하는 유체

➤ 수직 방향의 압력의 변화

미소 체적의 질량 $m = \rho \cdot dV = \rho dx dy dz$ 가 가속도 a_z 로 운동하므로, z 방향으로 작용하는 힘 F_z 는

$$F_z = m \cdot a_z = \rho dx dy dz \cdot a_z$$

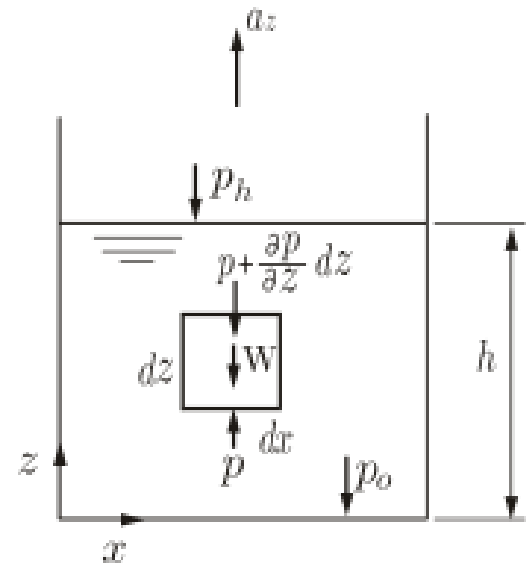
$$\begin{aligned} & P dx dy - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} dz \right) dx dy - \rho dx dy dz \cdot a_z \\ &= \rho dx dy dz \cdot a_z \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \left(1 + \frac{a_z}{g} \right) = \gamma \left(1 + \frac{a_z}{g} \right)$$

$$\int_{z=0}^{z=h} dP = - \int_0^h \rho g \left(1 + \frac{a_z}{g} \right) dz$$

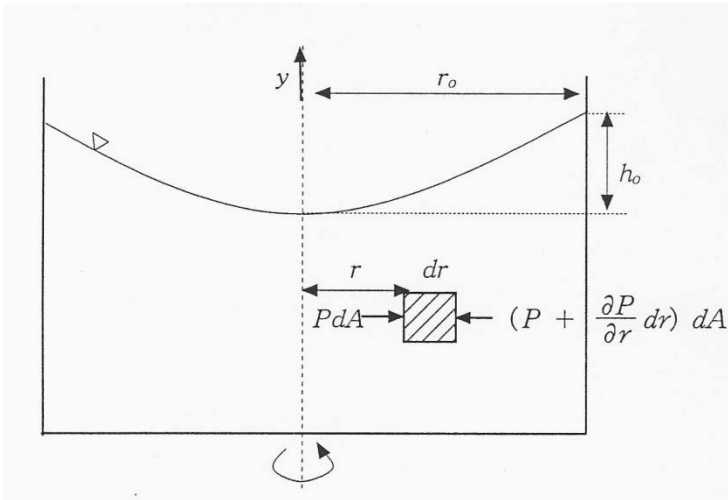
$$P_h - P_0 = -\rho g \left(1 + \frac{a_z}{g} \right) h$$

$$P_0 = P_h + \rho g \left(1 + \frac{a_z}{g} \right) h = P_h + \gamma \left(1 + \frac{a_z}{g} \right) h$$



2-8 등가속도 운동을 하는 유체

(3) 등속 원운동을 하는 유체



길이 dr , 단면적 dA 의 미소체적

$$\Sigma F_r = m a_r$$

$$P dA - (P + \frac{\partial P}{\partial r} dr) dA = \frac{\gamma dA dr}{g} \cdot \frac{(-rw^2)}{\text{법선가속도}}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\gamma}{g} \cdot (rw^2)$$

$$\int \frac{\partial P}{\partial r} = \int \frac{\gamma}{g} \cdot (rw^2) dr$$

$$\therefore P = \frac{\gamma}{g} w^2 \frac{r^2}{2} + C$$

$\{C\}$

$$r = 0 \longrightarrow P = P_0 \quad \therefore C = P_0$$

$$\therefore P = P_0 + \gamma \frac{r^2 w^2}{2g}$$

if $P_0 = 0$

$$P = \gamma h \longrightarrow \therefore h = \frac{P}{\gamma} = \frac{r^2 w^2}{2g}$$

at 원통벽($r = r_o$) 에서의 상승높이

$$\therefore h_o = \frac{r_o^2 w^2}{2g}$$

2-8 등가속도 운동을 하는 유체

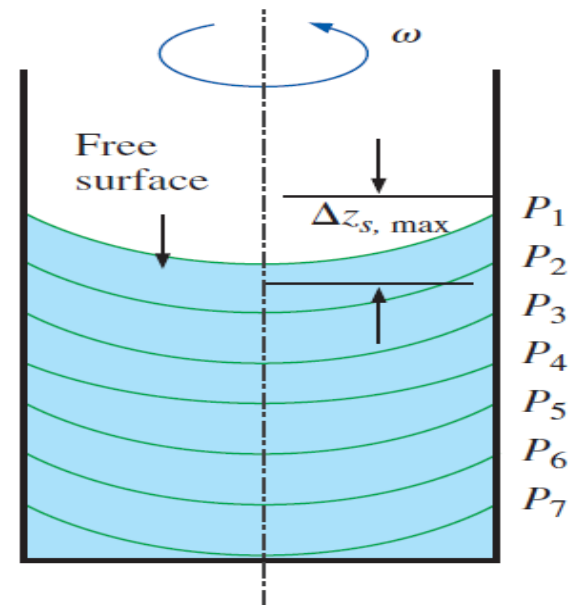
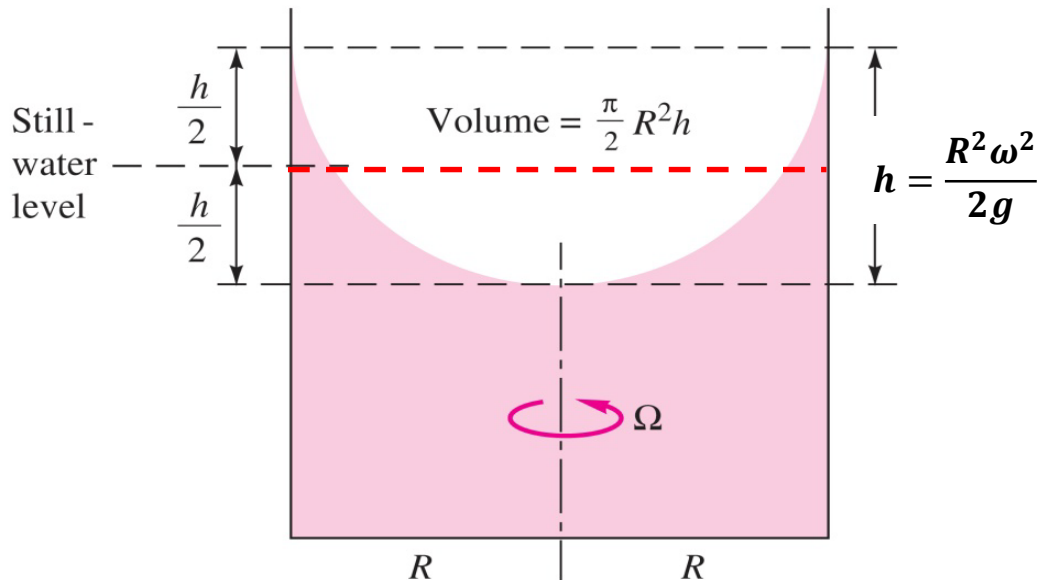
(3) 등속 원운동을 하는 유체

➤ 등압 곡선

$$z = z_0 + \frac{r^2 \omega^2}{2g} \text{ 인 포물선}$$

➤ 회전 유체의 부피

$$V = \int dV = \int_{r=0}^{r=R} \left(\frac{r^2 \omega^2}{2g} \right) (2\pi r dr) = \frac{\pi R^4 \omega^2}{4g} = \frac{\pi R^2 h}{2}$$



2-8 등가속도 운동을 하는 유체

예제.
2-46

반경 0.5 m 높이 2 m인 탱크에 물을 가득 채우고, 수직축을 중심으로 각속도 7 rad/s로 회전시킨다. 이때 회전축에 대한 액면의 높이 및 탱크 밑면에 있어서의 압력은 얼마인가?

풀이

원통벽에서의 상승높이

$$h_0 = \frac{r_0^2 \omega^2}{2g} = \frac{0.5^2 \times 7^2}{2 \times 9.8} = 0.625 \text{ m}$$

이므로 탱크 밑바닥으로부터 회전축을 따른 수직높이 z_0 는

$$z_0 = 2 - 0.625 = 1.375 \text{ m}$$

따라서 회전축에 대한 탱크 밑면의 압력은

$$p = \gamma z_0 = 1000 \times 1.375 = 1375 \text{ kg}_f/\text{m}^2 \text{ [계기압력]}$$

제 3 장 유체 정역학 (FLUID STATICS)

연습과제 (REPORT 09)

- 빙산에 대하여 조사하고, 해수면에서 빙산 % 만이 보일까?
- 유조선 및 세탁기에 대하여 기술적인 면에서 조사하라
- 잠수함에 대하여 조사하라